

● 第3回全統共通テスト模試から見直しておきたい問題

【問題】

第2問

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて 12, 13 ページの常用対数表を用いててもよい。

音は、空気が振動することによって波として伝わる。1 秒間に繰り返される波の回数を周波数と呼ぶ。周波数の単位は Hz (ヘルツ) である。音の高さは周波数によって決まり、周波数が高いほど音は高く聞こえる。

図 1 は、ピアノの鍵盤の一部を示したものである。ピアノでは右に位置する鍵盤ほど高い音が出るようになっていて、★ はピアノに向かったときにはほぼ中央に位置する「ド」の鍵盤である。

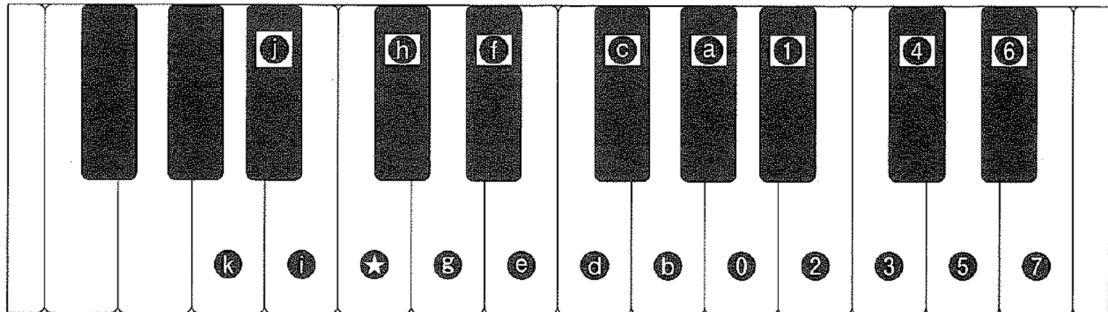


図 1 ピアノの模式図

⓪, ①, ②, ③, …と順に一つずつ右の鍵盤を叩くと順に「半音」ずつ音が高くなっている、逆に、⓪, ⑨, ⑩, ⑪, …と順に一つずつ左の鍵盤を叩くと順に「半音」ずつ音が低くなっていく。以下では、⓪ の鍵盤を叩いて出る音を「⓪ の音」と呼ぶことにする。なお、⓪ の音は、ピアノなどを調律するときの基本となる「基準音」であり、国際的には 440 Hz とすることが多い。

ここでは、次の条件で考える。

条件

- 図1の①の音を「基準音」とし、その周波数を440 Hzとする。
 - 音の周波数は、半音高くなるごとに $\sqrt[12]{2}$ 倍となり、半音低くなるごとに $\frac{1}{\sqrt[12]{2}}$ 倍となる。

$f_0 = 440$, $r = \sqrt[12]{2}$ とする。

(1) $\log_{10} f_0$ と $\log_{10} r$ の値を求めよう。

$$\log_{10} f_0 = \log_{10}(4.4 \times 100) = \boxed{P}$$

であり、常用対数表を用いて計算した値の小数第4位を四捨五入することにより

$$\log_{10} r = \log_{10} 2^{\frac{1}{12}} = \boxed{1} \quad \dots \dots \dots \quad \textcircled{1}$$

となる。

① の音より半音 n 個分高い音の周波数を f とすると、条件より

$$f = f_0 \times r^n$$

が成り立ち

$$\log_{10} f = \boxed{\vartheta} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

となる。①の音より半音 n 個分低い音の周波数を求めたいときは、②の n を $-n$ とすればよいこともわかる。

ア については、最も適当なものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|------------|
| ① 2.6021 | ② 2.6435 | ③ 10.6021 | ④ 10.6435 |
| ⑤ 20.6021 | ⑥ 20.6435 | ⑦ 100.6021 | ⑧ 100.6435 |

イ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① 0.010 | ② 0.015 | ③ 0.020 |
| ④ 0.025 | ⑤ 0.030 | ⑥ 0.035 |

ウ の解答群

- | | |
|--------------------------------------|--|
| ① $\log_{10}f_0 + n \log_{10}r$ | ② $\log_{10}f_0 + (\log_{10}r)^n$ |
| ③ $\log_{10}f_0 \times n \log_{10}r$ | ④ $\log_{10}f_0 \times (\log_{10}r)^n$ |

(2) ①の音と⑦の音は半音7個分離れている。このように半音7個分離れた二つの音のうち、低い方の音の周波数を f_1 、高い方の音の周波数を f_2 とすると、 $f_2 = f_1 \times r^7$ が成り立つ。

①の値を用いると $\log_{10} r^7 = \boxed{\text{エ}}$ となるから、常用対数表を用いると、後の①～⑦のうち、 r^7 に最も近い分数は $\boxed{\text{オ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{エ}}$ については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① 0.070

② 0.105

③ 0.140

④ 0.175

④ 7.210

$\boxed{\text{オ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

⑥ $\frac{3}{4}$

⑦ $\frac{5}{4}$

(3) ④ の音の周波数 f_3 を求めよう。② より

$$\log_{10} f_3 = \boxed{\text{カ}}$$

が成り立ち、 $\boxed{\text{カ}}$ の整数部分である $\boxed{\text{キ}}$ を用いると

$$\log_{10} f_3 = \boxed{\text{キ}} + \log_{10} \boxed{\text{ケ}}$$

と表せるから、 f_3 は $\boxed{\text{ケ}}$ (Hz) である。

同様に考えると、⑤ の音の周波数は $\boxed{\text{コ}}$ (Hz) である。

$\boxed{\text{カ}}$ については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 1.2562

② 2.7435

① 1.5687

③ 3.2435

$\boxed{\text{ク}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① 1.32

③ 3.30

① 1.64

④ 5.54

② 2.64

⑤ 8.20

$\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑨のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① 82

④ 554

⑧ 1320

① 164

⑤ 659

⑨ 2640

② 258

⑥ 683

⑦ 1290

③ 330

⑧ 820

常 用 対 数 表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996

【 ポイント 】

第3回全統共通テスト模試の「数学Ⅱ, 数学B, 数学C」において、第2問指数関数・対数関数は、音の周波数を常用対数を用いて分析する問題でした。このような日常現象を数学を用いて分析する問題は本番でも出題される可能性が高いので、問題文の読み取りの訓練からしっかり行っておきましょう。また、常用対数の値を常用対数表を用いて計算しているので、こういった表の読み取りの訓練もしっかり行っておきましょう。

最初の設問であるアから、常用対数表を用いる問題ですが、式変形の仕方の誘導がついているにもかかわらず正答率は8割程度でした。その後もイ～ケまで、正答率が8割程度から5割程度まで少しずつ下がっていき、最後のコは正答率がさらに下がり 3.5 割程度でした。コは力～ケと同様な式変形で求めることができます。(問題文のコの前に「同様に考えると」と書かれています。) 実際の共通テストでも最初に誘導に従って計算の仕方を学んだら、最後はそれと同様に自分で問題を解いてみるという形式の出題があり得ますから、こういう流れを意識して復習して本番に生かしていただきたいです。