応用編(数学の例)

河合塾グループの株式会社ハピラル・テストソリューションズでは、学力試験の開発や、実施前後の問題内容点検に取り組んでいます。Web 記事「生徒の学力を見抜く問題とは!?~テスト分析と授業改善~」では、英語の実践例を交えながら、G-P分析の基本をお伝えしました。こちらでは、応用編として、数学の例をご紹介します。

はじめに英語の例と異なる点に触れておきます。

第 1 に、解答方式に関して、設問例 4 は英語と同様に多枝選択式ですが、設問例 5 はグリッド式です。 グリッド式は、例えば $\frac{\textbf{r}_1}{2}$ に $-\frac{3}{2}$ を答えるのに、rに「一」、rに「3」、rに「2」をマークする方式です。第 2 に、3 つではなく 5 つの成績群に分けています**。

設問例4

分数の和

$$\frac{c}{a^2b} + \frac{1}{b}$$

を計算した結果として正しいものを、次のA)~D)のうちから一つ選びなさい。

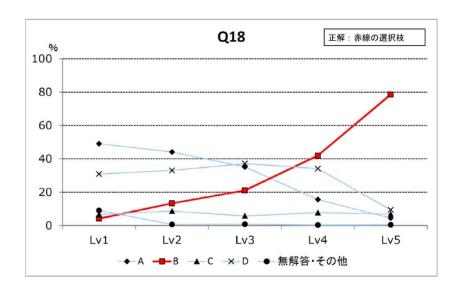
A)
$$\frac{c+1}{a^2b+b}$$

B) $\frac{c+a^2}{a^2b}$

C) $\frac{c+a^2}{2a^2+b}$

D) $\frac{c}{a^2b^2}$

(正解は B)



[※] これらの問題は海外の現地の生徒たちを対象にしたテストで出題され、いずれも、ハピラル・テストソリューションズが現地の教科書を調査・研究して作成したものです。受験者は 1,000 名程度でした。

はじめに正解を確認します。与えられた分数の和を計算するには、通分をする必要がありますから

$$\frac{c}{a^2b} + \frac{1}{b} = \frac{c}{a^2b} + \frac{a^2}{a^2b} = \frac{c + a^2}{a^2b}$$

が正解となります。グラフを見ると、Lv5の上位成績群ではおよそ80%が正答していることがわかります。

続けて、下位成績群である Lv1, Lv2 の選択状況に着目します。これらの成績群では、選択枝 A がもっともよく選ばれています。なぜ、A はこんなにも下位成績群に"人気がある"のでしょうか。

実は Aは、通分をせず分子・分母どうしを単純に加える

$$\frac{c}{a^2b} + \frac{1}{b} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{c+1}{a^2b+b}$$

という誤答を想定して作成したものだったのです。出題者が、自身の数学教育の経験から、誤答選択 枝として入れ込んでおいたのでした。

結果的に、下位学力群では、分母が異なる分数の和を計算するときにはまず通分しなければならない、という基本事項を理解できていない生徒が多いことがわかりました。このように、誤答選択枝を入念に工夫しておき、その上で G-P 分析を行うと、生徒の理解状況についてとても有益な情報を得られることがあります。なお、選択枝 D は和ではなく誤って積を計算してしまった場合を想定した誤答選択枝です。選択枝 C は特定のまちがい方を想定したものではありません。グラフをご覧になり、考察してみてはいかがでしょうか。

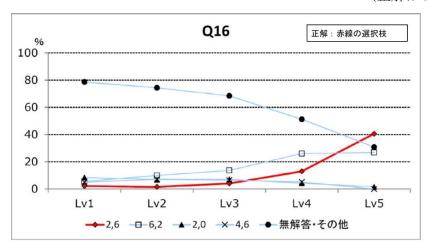
設問例5

 $2次不等式 x^2 - 8x + 12 > 0$ の解は,

$$x < \boxed{a}$$
, $\boxed{b} < x$

である。

(正解はa: 2, b: 6)



この例でも、まず正解を確認します。与式の左辺を因数分解すると、

$$(x-2)(x-6) > 0$$

となります。このあとは、関数 y = (x-2)(x-6) のグラフを座標平面に描き、y > 0 を満たす x を考えることで、

$$x < \boxed{2}$$
, $\boxed{6} < x$

が正解となります。

さて、前述のように、本問は多枝選択式ではなくグリッド式の問題です。グリッド式の問題に対しては、「正解の解答パターン」と、「不正解の解答パターンのうち解答者が多かったもの上位3つ」を取り上げて、各成績群において、成績群の人数に対するそれらの解答パターンの割合を調べています。この点が、多枝選択式の場合と異なります。

グラフを見ると、Lv5の上位成績群でもかろうじて正答率が40%に届いた程度で、全体的に理解度は芳しくありません。また、グリッド式の場合、当て推量(あてずっぽう)で当たる可能性は、多枝選択式に比べて極めて低いですから、Lv1、Lv2の生徒は残念ながら2次不等式がほとんど定着していないと考えられます。

ところで、不正解の解答パターンのうち解答者が最も多かったものは、「6,2」ですが、これは 正解の解答パターンをちょうど入れ替えたものになっています。この解答パターンを示した生徒は、 おそらく、何らかの方法で2次方程式

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

の解が x=2, 6 であることは認識しているものと思われます。しかし、空欄に当てはまる数字を答える際に、不等号については理解しているけれどもうっかりまちがえてしまったのか、理解していないために当て推量で答えて誤答となったのか、など、誤答の本当の理由はわかりません。ただし、他の不正解の解答パターンを示した受験者よりは、2次不等式について理解しているようです。